

専攻	システム 情報工学	学籍番号	8 5 7 4 5 0	指導教官氏名	田所 嘉昭 教授
申請者氏名		孫 正			秋丸 春夫 教授
					飯田 三郎 助教授

論 文 要 旨

論文題目	高信頼性ネットワークの設計法に関する研究
------	----------------------

要旨 (1,200字以内)

通信網を始めとする様々な情報ネットワークが、近年急速に発展しつつあり、その社会的重要性はますます高くなっている。こうした状況において、信頼性の高いネットワークを提供することは必要不可欠である。このために、ネットワークの信頼度解析、高信頼性ネットワークの設計などのグラフ理論的研究がこれまでに盛んに行われてきている。

通信ネットワークは、その局および回線を各々グラフの節点、辺で表わし、回線(あるいは局)の信頼度(故障率)をグラフの要素に重みとして付与することでモデル化できる。ネットワークの信頼度の最も一般的な評価尺度としては、全節点間が通信可能な確率(連結確率)が知られている。そこで、高信頼ネットワークの設計として与えられた節点数 n 、辺数 e を持つグラフ G の中で連結確率を最大、すなわち非連結確率 $P(G, \rho)$ を最小にするグラフの特徴付けおよび構成法を見出すことが必要となる。 $P(G, \rho)$ は、グラフ G の辺はどれも同じ確率 ρ で故障すると仮定するとき以下のように定義される。

$$P(G, \rho) = \sum_{i=0}^e m_i(G) \rho^i (1-\rho)^{e-i}$$

ただし、 $m_i(G)$ は i 本の辺をグラフ G から除去したとき G が連結でなくなるような i 本の辺の選び方の総数である。これまで、高連結確率グラフの設計法の研究は 1962 年の Harary グラフの登場以来、Harary グラフを特別な場合として含む Circulant と呼ばれる正則グラフの連結度等の性質が明らかにされている。最近では、故障率 ρ は十分小さいと仮定し非連結確率 $P(G, \rho)$ を最小にする必要条件として、 $m_i(G)$ を添字 i の小さい順に最小化する問題が提案され、単純グラフに対し $i \leq \lfloor 2e/n \rfloor$ の場合まで $m_i(G)$ を最小にするグラフの構成法が明らかに

されている。しかし、 $i > \lfloor 2e/n \rfloor$ に対するグラフの構成法および必要十分条件は明らかにされていない。また、この必要十分条件の検証を行う高速なアルゴリズムの開発が望まれている。さらに、信頼性と共に建設コストも重要な要素である。本論文では以上の諸問題を解決するために検討し、以下の結果を得た。

(1) 単純グラフに対し、節点数 n および辺数 e が与えられたとき、位数 z のカットセット数 $m_z(G)$ を最小にするグラフの構成法および必要十分条件を示した。ただし、 z の範囲を以下とする。

$$\lfloor 2e/n \rfloor \geq 3 \text{ のとき} \quad \lfloor 2e/n \rfloor \leq z \leq 2\lfloor 2e/n \rfloor - 3,$$

$$\lfloor 2e/n \rfloor = 2 \text{ のとき} \quad z = 2, 3.$$

(2) また、多重グラフの場合に、位数 $\lfloor 2e/n \rfloor$ のカットセット数を最小にするグラフの必要十分条件および構成法を明らかにした。

(1), (2) は、高信頼性ネットワークの設計とグラフの連結確率の上限の解析に役立つと考えられる。

与えられたネットワーク G の信頼性を解析する場合に、グラフ G の持つ最小カット値 λ および最小カットセット数 $m_\lambda(G)$ は非常に重要な要因であり、これらの値を高速に計算するアルゴリズムの開発が必要となる。これまで、グラフの持つ最小カットセットの総数 $m_\lambda(G)$ を求める $O(|V|^2|E|)$ 時間のアルゴリズムが知られているが、本論文では、 $O(|E| + \lambda|V|^2 + \lambda m_\lambda(G)|V|)$ 時間のより高速なアルゴリズムを構築する。これは与えられたグラフが (1) と (2) の必要十分条件を満足しているかの検証を行う際に必要となる。

以上、高信頼性ネットワークの設計の検討を行ってきたが、ネットワークの設計においては、信頼性と共に建設コストも重要な要素となる。ここでは、信頼性と経済性の両面から考えて、両者の統一的尺度として、単位コストに対応する連結確率を評価関数と定義し、微分を用いて評価関数を最大にする最適多重度を求める手法を提案する。辺のコストが異なる場合、このような評価関数を最大にするネットワークを構成する問題に対し、この手法は効果的であると考えられる。