令和６年度　豊橋技術科学大学第３年次入学者選抜学力検査問題解答例

専門科目（３：情報・知能工学）

［１］

(1)　対角行列$D=\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}$に対して，

$$D^2=\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha^2 & 0\\ 0 & \beta^2\end{pmatrix},$$

$$D^3=D^2D=\begin{pmatrix}\alpha^2 & 0\\ 0 & \beta^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha^3 & 0\\ 0 & \beta^3\end{pmatrix},$$

$$D^4=D^3D=\begin{pmatrix}\alpha^3 & 0\\ 0 & \beta^3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha^4 & 0\\ 0 & \beta^4\end{pmatrix}$$

となるから，

$$D^n=\begin{pmatrix}\alpha^n & 0\\ 0 & \beta^n\end{pmatrix} \qquad (1)$$

が成立すると予想する。

- 今$n=1$のとき，$D^1=\begin{pmatrix}\alpha^1 & 0\\ 0 & \beta^1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}$となり，式(1)は成立する。
- $n=k$のときに式(1)が成立すると仮定すると，$D^k=\begin{pmatrix}\alpha^k & 0\\ 0 & \beta^k\end{pmatrix}$となる。この両辺に右から$D$を掛ければ

$$D^kD=D^{k+1}=\begin{pmatrix}\alpha^k & 0\\ 0 & \beta^k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha^{k+1} & 0\\ 0 & \beta^{k+1}\end{pmatrix}$$

が得られ，$n=k+1$のときも式(1)が成立する。

以上より，すべての自然数nに対して式(1)が成立する。

(2)　(1)より，

$$\exp(D)=I+D+\frac{D^2}{2!}+\frac{D^3}{3!}+\cdots=\begin{pmatrix}1+\alpha+\frac{\alpha^2}{2!}+\frac{\alpha^3}{3!}+\cdots & 0\\ 0 & 1+\beta+\frac{\beta^2}{2!}+\frac{\beta^3}{3!}+\cdots\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\exp(\alpha) & 0\\ 0 & \exp(\beta)\end{pmatrix}$$

(3)

ア．$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

イ．固有値は$\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = 2$

$\lambda_1 = 4$に対する，第１要素を正とする単位固有ベクトルは$\boldsymbol{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\lambda_1 = 2$に対する，第１要素を正とする単位固有ベクトルは$\boldsymbol{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

ウ．行列Aを対角化する行列Uは，行列Aの固有ベクトルを並べた行列であるため

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

エ．(2)および定義より，

$$\exp(tA) = \exp(tUDU^{-1}) = U\exp(tD)\ U^{-1}$$

$$= U\begin{pmatrix} \exp(4t) & 0 \\ 0 & \exp(2t) \end{pmatrix}U^{-1}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \exp(4t) & 0 \\ 0 & \exp(2t) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

これより

$$x(t) = \exp(tA)\,x(0) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \exp(4t) & 0 \\ 0 & \exp(2t) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2\exp(4t) - \exp(2t) \\ 2\exp(4t) + \exp(2t) \end{pmatrix}$$

を得る。

［２］

（1）

ア	1	イ	1	ウ	6	エ	2	オ	7

（2）

ア	3	イ	③	ウ	②	エ	1	オ	4

（3）ア

(a)	③	(b)	1	(c)	2

イ

(a)	④	(b)	5	(c)	(ⅰ)	(ⅱ)
					6	8

[3]

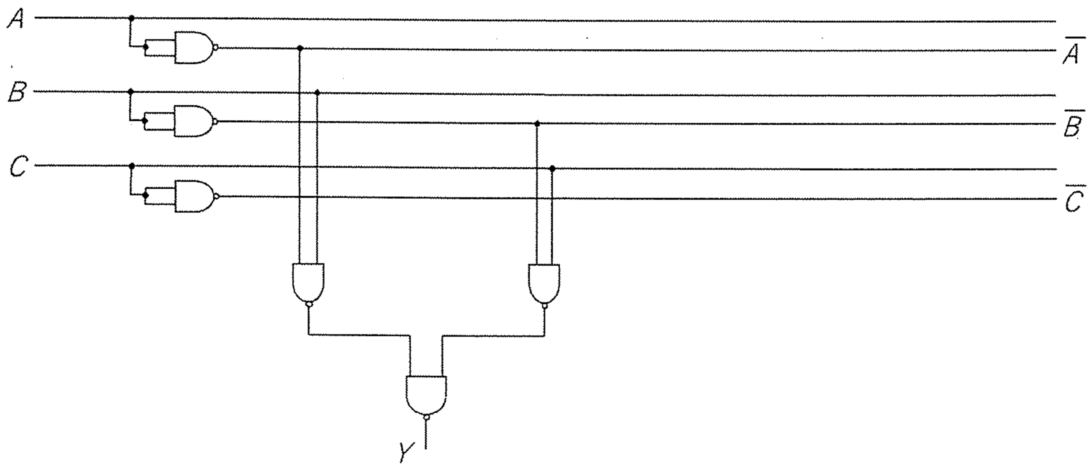
(1)

ア．

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

イ． $Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot B + \bar{B} \cdot C$

ウ． $\overline{\overline{Y(A,B,C)}} = \overline{\overline{\bar{A} \cdot B + \bar{B} \cdot C}} = \overline{\overline{\bar{A} \cdot B} \cdot \overline{\bar{B} \cdot C}}$



(2)

ア．

C_2	C_1	C_0	L_0	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	×	×	×	×	×	×	×
1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	×	×	×	×	×	×	×

イ． L_0とL_6，L_1とL_5，L_2とL_4はそれぞれ同一となる

C_2 \ C_1C_0	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	×	×	1

$$L_0 = L_6 = C_2 + C_1 + C_0$$

C_2 \ C_1C_0	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	×	×	1

$$L_1 = L_5 = C_2 + C_1 \cdot \overline{C_0}$$

C_2 \ C_1C_0	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	×	×	0

$$L_2 = L_4 = C_2 \cdot \overline{C_1}$$

C_2 \ C_1C_0	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	×	×	1

$$L_3 = \overline{C_2} \cdot \overline{C_1} \cdot \overline{C_0} + C_2 \cdot C_1 + C_1 \cdot C_0$$

ウ．